

## **Miskonsepsi Pelajar Dalam Topik Trigonometri**

Siti Asmah Mohamed, Fadzilawani Astifar Alias, Muniroh Hamat and Maisurah Shamsuddin  
*sitiasmah109@uitm.edu.my, fadzilawani.astifar@uitm.edu.my, muniroh@uitm.edu.my,  
maisurah025@uitm.edu.my*

Jabatan Sains Komputer & Matematik (JSKM), Universiti Teknologi MARA Cawangan Pulau  
Pinang, Malaysia

### **Pengenalan Miskonsepsi dalam Matematik**

Miskonsepsi didefinisikan sebagai kesalahan pemahaman yang mungkin terjadi selama atau sebagai hasil pengajaran yang baru saja diberikan, berlawanan dengan konsepsi-konsepsi ilmiah yang dibawa atau berkembang dalam waktu lama (Mosik, P. Maulana 2010). Miskonsepsi ialah satu daripada masalah yang sering dihadapi oleh pelajar dalam pembelajaran matematik dan sering menjadi penghalang kepada mereka untuk memahami konsep-konsep matematik yang berkaitan dengan konsep yang mereka salah ertikan. Terdapat tiga sumber yang menjadi penyumbang kepada miskonsepsi iaitu idea daif yang berpunca daripada pengalaman pelajar itu sendiri, kesalahan semasa aktiviti pengajaran yang berpunca daripada kefahaman yang tidak kuat terhadap sesuatu konsep yang dijelaskan oleh guru dan pengajaran guru atau pensyarah yang tidak tepat atau salah. (Effandi 2007)

Antara jenis miskonsepsi yang sering berlaku di kalangan pelajar ialah terlalu mengeneralisasikan (overgeneralization), terlalu memudahkan (oversimplification), pandangan/idea pengetahuan sedia ada (pre-conceive notion), salah mengenalpasti (misidentifying), salah faham (misunderstanding), salah maklumat (misinformation), kepercayaan bukan saintifik (nonscientific beliefs), salah faham konsep (conceptual misunderstands), kepercayaan kepada yang lebih terkenal (popular beliefs) dan penerangan yang salah mengenai definisi dan kaedah (definition and method incorrectly explained).

### **Miskonsepsi dalam topik trigonometri**

Trigonometri adalah satu cabang matematik yang berhadapan dengan sudut, segi tiga dan fungsi trigonometri seperti sinus, kosinus, dan tangen. Secara generalnya terdapat tiga jenis hubungan miskonsepsi dalam topik trigonometri iaitu pertama salah faham yang berkaitan dengan suatu konsep yang menggunakan objek dan simbol matematik. Contohnya Sinus atau Sin ialah simbol dan juga merupakan notasi dalam trigonometri. Kedua ialah salah faham yang berkaitan dengan proses iaitu keupayaan untuk menggunakan operasi. Contoh pengiraan  $\text{Sin}30^\circ$  dan nilaikan  $\text{Sin}30^\circ$ . Ketiga salah faham yang melibatkan “Procept” iaitu keupayaan untuk memikirkan matematik operasi dan objek. Procept merangkumi kedua-duanya konsep dan proses. Contoh Sin adalah fungsi dan nilai. ( Hulya Gur 2009 )

Di antara soalan-soalan lazim yang berkaitan topik trigonometri ialah

- (1) Soalan berdasarkan mencari nilai-nilai nisbah trigonometri jika diberi sudut atau salah satu daripada enam nisbah trigonometri.
- (2) Soalan-soalan pada sudut pelengkap hubungan
- (3) Soalan mengenai pembuktian trigonometri identiti menggunakan identiti asas.
- (4) Soalan berdasarkan ketinggian dan jarak
- (5) Soalan penyelesaian persamaan trigonometri

### **Contoh-contoh miskonsepsi dalam topik Trigonometri**

Jadual 1 adalah diantara contoh-contoh kesalahan umum yang dilakukan oleh pelajar kerana miskonsepsi mereka dalam topik trigonometri. Disertakan keterangan pada setiap contoh soalan akan kesalahan pelajar dan pembetulan yang perlu dibuat supaya kesilapan dikalangan pelajar tidak berulang.

Jadual 1. Keterangan Contoh Miskonsepsi dalam Topik Trigonometri

Keterangan	Soalan				
Miskonsepsi berlaku dalam penggunaan simbol apabila setiap fungsi trigonometri tidak diletakan 'argument' atau 'input'.	<p>Contoh:</p> <p>Simplify the following <math>\csc(x) \tan(x)</math></p> <hr/> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> <math display="block">\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}</math> <math display="block">= \frac{1}{\cos}</math> <math display="block">= \sec</math> </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> <math display="block">\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}</math> <math display="block">= \frac{1}{\cos(x)}</math> <math display="block">= \sec(x)</math> </td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">(a)</p>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}$ $= \frac{1}{\cos}$ $= \sec$	$\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $= \frac{1}{\cos(x)}$ $= \sec(x)$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}$ $= \frac{1}{\cos}$ $= \sec$	$\csc(x) \tan(x) = \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $= \frac{1}{\cos(x)}$ $= \sec(x)$				
Miskonsepsi berlaku apabila konsep operasi dalam algebra diaplikasikan didalam trigonometri.	<p>Contoh:</p> <p>Given <math>x = \pi</math>, find <math>\cos^2 x</math></p> <hr/> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> <math display="block">\cos^2 x = \cos(x^2)</math> <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> <math display="block">\cos^2 \pi = \cos(\pi^2)</math> <math display="block">= -0.902685</math> </td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"> <math display="block">\cos^2 x = (\cos x)(\cos x)</math> <math display="block">= (\cos x)^2</math> <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> <math display="block">\cos^2 \pi = (\cos \pi)^2</math> <math display="block">= (-1)^2</math> <math display="block">= 1</math> </td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">(b)</p>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\cos^2 x = \cos(x^2)$ <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> $\cos^2 \pi = \cos(\pi^2)$ $= -0.902685$	$\cos^2 x = (\cos x)(\cos x)$ $= (\cos x)^2$ <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> $\cos^2 \pi = (\cos \pi)^2$ $= (-1)^2$ $= 1$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\cos^2 x = \cos(x^2)$ <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> $\cos^2 \pi = \cos(\pi^2)$ $= -0.902685$	$\cos^2 x = (\cos x)(\cos x)$ $= (\cos x)^2$ <p style="text-align: center;">for <math>x = \pi</math></p> $\cos^2 \pi = (\cos \pi)^2$ $= (-1)^2$ $= 1$				

Keterangan	Soalan
Miskonsepsi berlaku apabila pelajar memudahkan fungsi trigonometri yang mengandungi sudut gandaan 'double angle formula'.	Contoh: Given that $\tan A = \frac{3}{4}$ and $A$ is an acute angle, find without the use of tables or a calculator the value of $\tan 2A$
	Kesalahan, x
	Pembetulan,√
	$\tan 2A = 2 \tan A$ $= 2\left(\frac{3}{4}\right)$ $= \frac{3}{2}$
	$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$ $= \frac{2\left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2}$ $= \frac{24}{7}$
	(c)

Keterangan	Soalan
Miskonsepsi berlaku apabila pelajar tidak memahami konsep notasi bagi sonsangan fungsi trigonometri	Contoh: Find $y = \cos^{-1}(x)$ where $x = 0$
	Kesalahan, x
	Pembetulan,√
	$y = \cos^{-1}(x)$ $= \frac{1}{\cos(x)}$ $= \frac{1}{\cos(0)}$ $= 1$
	$y = \cos^{-1}(x)$ $= \cos^{-1}(0)$ $= \frac{\pi}{2}$
	(d)

<b>Keterangan</b>	<b>Soalan</b>				
Miskonsepsi terhadap penggunaan formula yang melibatkan penambahan dua sudut 'compound angle formula'	<p>Contoh:</p> <p>Given <math>A = \frac{\pi}{6}</math> and <math>B = \frac{\pi}{3}</math>, find <math>\sin(A + B)</math></p>				
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">\begin{aligned} \sin(A + B) &amp;= \sin(A) + \sin(B) \\ &amp;= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &amp;= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &amp;= 1.366 \end{aligned}</math> </td> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">\begin{aligned} \sin(A + B) &amp;= \sin(A)\cos(B) + \cos(A)\sin(B) \\ &amp;= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &amp;= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{2}\right) \\ &amp;= 0.683 \end{aligned}</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin(A) + \sin(B) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 1.366 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin(A)\cos(B) + \cos(A)\sin(B) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 0.683 \end{aligned}$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin(A) + \sin(B) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 1.366 \end{aligned}$	$\begin{aligned} \sin(A + B) &= \sin(A)\cos(B) + \cos(A)\sin(B) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= 0.683 \end{aligned}$				
(e)					

<b>Keterangan</b>	<b>Soalan</b>				
Miskonsepsi dalam 'cancelation/slashing' iaitu menggunakan konsep algebra dalam penyelesaian trigonometri.	<p>Contoh:</p> <p>Simplify the following <math>\frac{\cos(2x)}{\cos(x)}</math></p>				
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &amp;= \frac{\cos(x)}{1} \\ &amp;= \cos(x) \end{aligned}</math> </td> <td style="padding: 5px;"> <math display="block">\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &amp;= \frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{\cos(x)} \\ &amp;= \frac{\cos^2(x)}{\cos(x)} - \sin(x)\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \\ &amp;= \cos(x) - \sin(x)\tan(x) \end{aligned}</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &= \frac{\cos(x)}{1} \\ &= \cos(x) \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &= \frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{\cos(x)} \\ &= \frac{\cos^2(x)}{\cos(x)} - \sin(x)\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \\ &= \cos(x) - \sin(x)\tan(x) \end{aligned}$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &= \frac{\cos(x)}{1} \\ &= \cos(x) \end{aligned}$	$\begin{aligned} \frac{\cos(2x)}{\cos(x)} &= \frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{\cos(x)} \\ &= \frac{\cos^2(x)}{\cos(x)} - \sin(x)\frac{\sin(x)}{\cos(x)} \\ &= \cos(x) - \sin(x)\tan(x) \end{aligned}$				
(f)					

<b>Keterangan</b>	<b>Soalan</b>				
Miskonsepsi berlaku apabila 'argument' atau 'input' pada fungsi trigonometri diabaikan.	<p>Contoh:</p> <p>Simplify</p> $\csc(x) \tan(x)$				
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <math display="block">\csc(x) \tan(x)</math> <math display="block">= \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}</math> <math display="block">= \frac{1}{\cos}</math> <math display="block">= \sec</math> </td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <math display="block">\csc(x) \tan(x)</math> <math display="block">= \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}</math> <math display="block">= \frac{1}{\cos(x)}</math> <math display="block">= \sec(x)</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\csc(x) \tan(x)$ $= \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}$ $= \frac{1}{\cos}$ $= \sec$	$\csc(x) \tan(x)$ $= \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $= \frac{1}{\cos(x)}$ $= \sec(x)$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\csc(x) \tan(x)$ $= \frac{1}{\sin} \frac{\sin}{\cos}$ $= \frac{1}{\cos}$ $= \sec$	$\csc(x) \tan(x)$ $= \frac{1}{\sin(x)} \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ $= \frac{1}{\cos(x)}$ $= \sec(x)$				
(g)					

<b>Keterangan</b>	<b>Soalan</b>				
Miskonsepsi dalam menentukan nilai fungsi trigometri dalam radian atau darjah.	<p>Contoh:</p> <p>Evaluate <math>\sin 210^\circ</math></p>				
	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Kesalahan, x</th> <th style="width: 50%; text-align: center; padding: 5px;">Pembetulan,√</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <math display="block">\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)</math> <math display="block">= -\sin(30^\circ)</math> <math display="block">= 0.98803</math> </td> <td style="padding: 5px; text-align: center;"> <math display="block">\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)</math> <math display="block">= -\sin(30^\circ)</math> <math display="block">= -\frac{1}{2}</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Kesalahan, x	Pembetulan,√	$\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)$ $= -\sin(30^\circ)$ $= 0.98803$	$\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)$ $= -\sin(30^\circ)$ $= -\frac{1}{2}$
Kesalahan, x	Pembetulan,√				
$\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)$ $= -\sin(30^\circ)$ $= 0.98803$	$\sin 210^\circ = -\sin(210^\circ - 180^\circ)$ $= -\sin(30^\circ)$ $= -\frac{1}{2}$				
(h)					

Keterangan	Soalan	
Miskonsepsi dalam perwakilan simbol dalam fungsi trigonometri bagi penyelesaian persamaan trigonometri .	Contoh: Solve the following equation for t:	
	$\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 0$ with $0 \leq t \leq 24$	
	Kesalahan, x	Pembetulan,√
	$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin t = 0$	$\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 0$
	$\frac{1}{2}\sin(t) = 0$	$\frac{\pi}{6}t = k\pi$
	$\sin(t) = 0, t = k\pi$	$t = 6k, \text{ for } k \text{ an interger}$
	for k an interger	$\therefore t = 0,6,12,18,24$
	$\therefore t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$	

(i)

Konsep matematik perlu diperkenalkan dengan pelbagai bentuk, kaedah dan pendekatan. Pelajar perlu diperkenalkan dengan pelbagai jenis contoh yang konkrit. Rober Gagne, menyatakan bahawa, pembelajaran konsep matematik yang berkesan memerlukan beberapa teknik penyampaian iaitu memberi pelbagai contoh konkrit untuk membuat generalisasi, memberi contoh yang berbeza tetapi berkaitan supaya dapat membuat perbezaan, memberi contoh-contoh yang tiada kaitan dengan konsep yang diajar untuk membuat perbezaan dan generalisasi dan memberi pelbagai jenis contoh matematik untuk memperoleh konsep matematik yang tepat. (Mohammad Redzuan 2014).

Berikut merupakan tip dalam memudahkan pembelajaran trigonometri

- (1) Fahami konsep trigonometri itu sendiri. Kukuhkan pemahaman melalui pembuktian dan menerbitkan semula formula jika perlu. Hal ini memudahkan pelajar lebih mengingati bagaimana formula itu dihasilkan.
- (2) Fahami formula yang dihafal. Formula yang dihafal pelajar perlu difahami konsepnya dan pembuktian wujudnya formula yang dihafal. Pelajar tahu mengaplikasikan penggunaan formula dalam soalan yang diberi.
- (3) Wujudkan mnemonik sendiri yang mudah dihafal. Dalam mewujudkan mnemonik ini, pelajar masih perlu berpegang pada formula asal tanpa menukar apa-apa. Bagi mereka yang lebih suka menghafal, kaedah ini mungkin dapat membantu sedikit sebanyak dalam menghafal rumus.
- (4) Banyakkan latihan dan latih tubi. Dengan memperbanyakkan latihan perkara itu sudah menjadi kebiasaan bagi memori dan otak kita supaya ianya menjadi ingatan jangka panjang. Hal ini juga dapat membiasakan pelajar dengan apa jua bentuk soalan yang diberi.

**Rujukan:**

- Mosik, P. Maulana. 2010. "Usaha Mengurangi Terjadinya Miskonsepsi fisika Melalui Pembelajaran Dengan Pendekatan Konflik Kognitif." In *Jurnal Pendidikan Fisika Indonesia, Universitas Negeri Semarang*. 6 (2010) 98-103.
- Effandi Zakaria, Norazah Mohamad Nordin, Sabri Ahmad. 2007. "Trend Pengajaran dan Pembelajaran Matematik" Sri Pengajian dan Pendidikan Utusan, Utusan Publications & Distributors Sdn. Bhd.
- Hulya Gur. 2009. "Trigonometry Learning." Balikesir University, *New Horizons in Education*, Vol.57, No.1, May 2009.
- Mohammad Redzuan Haji Botty, Masitah Shahrill. 2014. "The Impact of Gagné, Vygotsky and Skinner Theories in Pedagogical Practices of Mathematics Teachers in Brunei Darussalam." *Review of European Studies*; Vol. 6, No. 4; 2014 ISSN 1918-7173 E-ISSN 1918-7181 Published by Canadian Center of Science and Education.

Tan chong. 2009. "New Vision 3G SPM- Additional Mathematics." Eastview, Publish by Marshall Cavendish (Malaysia) Sdn. Bhd.

"Common Trigonometry Mistakes Real Mistakes from Real Student Work" online available from <http://mathmistakes.info/mistakes/trig/index.html>, Mac2020.